# ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА

26. август 2016

Професор: Бојан Башић

1. Знајући да важи

$$23!! \cdot 40!! = \overline{8{*}6\,739\,438\,{*}56\,1{*}8\,662\,3{*}8\,747\,6{*}8\,{*}6{*}\,{*}{*}{*}\,{*}{*}{*}},$$

одредити цифре означене звездицом.

2. Доказати: ако је $n^n + 1$ прост број, тада важи $n = 2^{2^m}$ за неки ненегативан цео број $m$.

Једна идеја: Уколико $n$ има неки непаран прост фактор, нпр. $n = at$ где $2 \nmid a$, показати да се тада израз $n^n + 1 = (at)^{at} + 1$ може факторисати, па дакле није прост. Према томе, записати $n$ у облику $n = 2^b$, па сличним разматрањем извести тражени закључак.

3. Доказати: за ма који Фермаов прост број $F_n$, број 3 је примитиван корен по модулу $F_n$.

Једна идеја: Довољно је доказати да је број 3 квадратни неостатак по модулу $F_n$ (тада на основу трећег задатка из претходног рока следи да је број 3 и примитиван корен по модулу $F_n$). Ово се може показати користећи закон квадратне реципрочности (констатовати који остатак $F_n$ даје при дељењу са 4, а потом и при дељењу са 3).

4. Уређен пар $(x, y) = (1155, 34)$ представља решење одређене Пелове једначине. Да ли је тај пар минимално решење те једначине?


# ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА

26. август 2016

Професор: Бојан Башић

1. Знајући да важи

$$23!! \cdot 40!! = \overline{8{*}6\,739\,438\,{*}56\,1{*}8\,662\,3{*}8\,747\,6{*}8\,{*}6{*}\,{*}{*}{*}\,{*}{*}{*}},$$

одредити цифре означене звездицом.

2. Доказати: ако је $n^n + 1$ прост број, тада важи $n = 2^{2^m}$ за неки ненегативан цео број $m$.

Једна идеја: Уколико $n$ има неки непаран прост фактор, нпр. $n = at$ где $2 \nmid a$, показати да се тада израз $n^n + 1 = (at)^{at} + 1$ може факторисати, па дакле није прост. Према томе, записати $n$ у облику $n = 2^b$, па сличним разматрањем извести тражени закључак.

3. Доказати: за ма који Фермаов прост број $F_n$, број 3 је примитиван корен по модулу $F_n$.

Једна идеја: Довољно је доказати да је број 3 квадратни неостатак по модулу $F_n$ (тада на основу трећег задатка из претходног рока следи да је број 3 и примитиван корен по модулу $F_n$). Ово се може показати користећи закон квадратне реципрочности (констатовати који остатак $F_n$ даје при дељењу са 4, а потом и при дељењу са 3).

4. Уређен пар $(x, y) = (1155, 34)$ представља решење одређене Пелове једначине. Да ли је тај пар минимално решење те једначине?